

2.5.4 Objemová roztažnost kapalin

Předpoklady: 2501

Také kapaliny při zahřívání zvětšují svůj objem.

Podobný přibližný vzorec jako u objemové roztažnosti pevných látek: $V = V_0 (1 + \beta \Delta t)$. Po

roznásobením: $V = V_0 + V_0 \beta \Delta t \Rightarrow \Delta V = V_0 \beta \Delta t$.

Pedagogická poznámka: Vzorec studentům neukazují. Chci, aby navrhli vlastní.

β - koeficient objemové roztažnosti kapaliny $[\text{K}^{-1}]$.

kapalina	voda	etanol	rtuť	aceton	kyselina octová
$\beta_{20} [10^{-3} \cdot \text{K}^{-1}]$	0,18	1,1	0,18	1,43	1,07
$\rho_{20} [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	998	789	13546	790	1049

Dodatek: Hodnota objemové roztažnosti vody je opsána z českých tabulek. Na anglicky psaném internetu je používána odlišná hodnota 0,207.

Využití objemové roztažnosti kapalin

- Kapalinové teploměry - omezený rozsah (kvůli bodům tání a varu), β se mění s teplotou.
- Termostatický ventil u topení – kapalina s velkým koeficientem objemové roztažnosti řídí svým objemem přítok teplé vody do radiátoru.

Př. 1: Najdi důvody, proč se ve venkovních teploměrech používá jako měřicí kapalina líh místo vody. Je možné používat líh ve venkovních teploměrech na všech místech Země?

Rozsah teplot pro venkovní teploměr v mírném pásu: -30°C až 40°C . Voda není v celém potřebném rozsahu v kapalném stavu.

Potřebujeme kapalinu s velkou objemovou roztažností: $\beta_{\text{H}_2\text{O}} = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$,

$\beta_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \Rightarrow$ etanol má větší objemovou roztažnost \Rightarrow změna objemu a tedy i odečtení teploty bude jednodušší.

Protože teplota tání lihu je -117°C a teplota varu 78°C , je možné lihovými teploměry měřit venkovní teploty na všech místech Země.

Dodatek: Pokud líh uzavřeme v trubici tak, aby nad jeho hladinou byl plyn o vysokém tlaku, jeho teplota varu se zvýší (jako u vody v Papinově hrnci) a můžeme měřit i vyšší teploty.

Př. 2: Urči, jak se změní objem 2l vody, která se na slunci zahřeje z 10° na 45° .

$V_0 = 2 \text{ dm}^3$, $\Delta t = t_2 - t_1 = 45 - 10 = 35^\circ\text{C}$, $\beta = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\Delta V = ?$

$V = V_0 (1 + \beta \Delta t)$

$$V = V_0 + V_0 \beta \Delta t$$

$$V - V_0 = V_0 \beta \Delta t$$

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta t$$

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta t = 2 \cdot 0,18 \cdot 10^{-3} \cdot 35 \text{ dm}^3 = 0,0126 \text{ dm}^3$$

Objem vody v láhvi se zvětšil o 12,6 ml.

Př. 3: Odvoď vztah pro závislost hustoty kapaliny na teplotě.

Platí: $\rho = \frac{m}{V}$, $\rho_0 = \frac{m}{V_0}$ (hmotnost kapaliny se nemění), $V = V_0(1 + \beta \Delta t)$

Začneme u vztahu pro hustotu kapaliny o zahřátí: $\rho = \frac{m}{V}$.

Dosadíme: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1 + \beta \Delta t)}$.

Hmotnost kapaliny se nemění: $m = m_0 \Rightarrow \rho = \frac{m}{V_0(1 + \beta \Delta t)} = \frac{m_0}{V_0(1 + \beta \Delta t)} = \frac{\rho_0}{(1 + \beta \Delta t)}$.

Použili jsme: $\frac{m_0}{V_0} = \rho_0$.

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \Delta t}$$

Dodatek: V literatuře je často udáván vztah $\rho = \rho_0(1 - \beta \Delta t)$, který pochází z přibližného

vzorce $\frac{1}{1+x} \doteq 1-x$ (pro malá čísla x).

Př. 4: Urči hustotu vody při teplotě 100°C.

$$\rho_{20} = 998 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \beta_{20} = 0,21 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \rho_{100} = ?$$

$$\Delta t = 100 - 20 \text{ K} = 80 \text{ K}$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \Delta t} = \frac{998}{1 + 0,21 \cdot 10^{-3} \cdot 80} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 982 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Hustota vody při teplotě 100°C je 982 kg · m⁻³.

Dodatek: Ve skutečnosti platí $\rho_{100} = 958 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Rozdíl ve výsledku je způsoben růstem koeficientu objemové roztažnosti s teplotou. Například pro vodu platí:

$$\beta_{20} = 0,21 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \beta_{50} = 0,46 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \beta_{100} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}. \text{ V technické praxi se}$$

proto občas používá přesnější kvadratický vzorec: $V = V_0(1 + \beta_1 \Delta t + \beta_2 \Delta t^2)$.

Anomálie vody

Objem vody klesá při ochlazování pouze do 4°C (při této teplotě má voda maximální hustotu $\rho_4 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$). Při dalším ochlazování začne objem opět růst $\rho_0 = 999,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Vysvětlení: Led má menší hustotu než voda (větší objem než stejné množství vody). Při teplotách nižších než 4°C se ve vodě začnou vytvářet zárodky krystalků ledu, které zvětšují její objem a snižují její hustotu.

Obrovský význam pro život ve vodě: V zimě se u dna drží nejteplejší voda (4°C , má největší hustotu), nejstudenější voda je u hladiny \Rightarrow vodní nádrže zamrzají odshora a živočichům u dna nehrozí zamrznutí.

Př. 5: Jedním z důsledků globálního oteplování má být zvýšení hladiny oceánů. Urči výpočtem, jak by se zvýšila hladina oceánu kvůli tepelné roztažnosti vody, kdyby se teplota mořské vody zvýšila o 2°C .

$$\Delta t = 2^{\circ}\text{C}, h = 3,5 \text{ km} = 3500 \text{ m}, \beta = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \Delta h = ?$$

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta t)$$

Předpokládáme, že plocha oceánu se příliš nezmění $\Rightarrow V_0 = S_0 h_0, V = S_0 h$.

$$S_0 h = S_0 h_0 (1 + \beta \Delta t)$$

$$h = h_0 + h_0 \beta \Delta t$$

$$h - h_0 = h_0 \beta \Delta t$$

$$\Delta h = h_0 \beta \Delta t = 3500 \cdot 0,18 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \text{ m} = 1,26 \text{ m}$$

Kvůli tepelné roztažnosti by se hladina světového oceánu při vzrůstu teploty o 2°C zvýšila o 1,26 m.

Pedagogická poznámka: Průměrná hloubka oceánu není v zadání předchozího příkladu záměrně. Jde o to, aby si studenti uvědomili, že ještě nemají všechny potřebné údaje.

Př. 6: Zhodnot' realističnost výsledku předchozího příkladu.

Skutečnosti, které snižují reálný výsledek oproti spočtenému:

- Oceán pravděpodobně zvětší svůj povrch (ale zřejmě málo).
- I když se průměrná teplota vzduchu zvýší o dva stupně, teplota vody v oceánech se v průměru zvýší daleko méně, protože voda se neprohřívá do hloubky.

Kvůli druhému důvodu je náš předchozí výpočet sice správný, ale zřejmě bezcenný, neboť vychází z neopodstatněného předpokladu o rovnoměrném zvýšení teploty celého objemu vody v oceánu.

Př. 7: Urči průřez kapiláry lékařského teploměru, pokud obsahuje 0,05 ml rtuti a při zvýšení teploty o 1 stupeň hladina rtuti vzroste o 9 mm. Jaká je tloušťka kapiláry, pokud je její šířka přibližně 1 mm?

$$V_0 = 0,05 \text{ ml} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3, \Delta t = 1^{\circ}\text{C}, \Delta h = 9 \text{ mm} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ m}, S = ?$$

Změna objemu rtuti se projeví zvýšenou hladinou v kapiláře a je tedy rovna objemu, který

$$\text{v kapiláře přibude: } \Delta V = S \cdot \Delta h \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{\Delta h}$$

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta t)$$

$$V = V_0 + V_0 \beta \Delta t$$

$$V - V_0 = V_0 \beta \Delta t$$

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta t$$

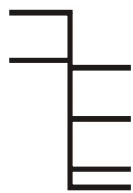
$$S = \frac{\Delta V}{\Delta h} = \frac{V_0 \beta \Delta t}{\Delta h} = \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 0,18 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{9 \cdot 10^{-3}} \text{ m}^2 = 10^{-9} \text{ m}^2$$

$$a = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}, b = ?$$

$$S = ab \Rightarrow b = \frac{S}{a} = \frac{10^{-9}}{10^{-3}} \text{ m} = 10^{-6} \text{ m}$$

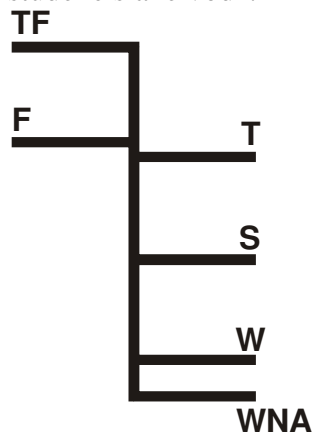
Průřez kapiláry je 10^{-9} m^2 , její tloušťka pouze $1 \mu\text{m}$.

Př. 8: Na trupech lodí bývá vyznačena čára ponoru (Load Line nebo Plimsoll Line). Tato značka není tvořena jednou čarou, ale systémem čar pro různé podmínky. Vysvětli, proč nestačí jedna čára a přiřaď k jednotlivým čarám jejich označení.



Označení: TF (Tropical Fresh Water), F (Fresh Water), T (Tropical Seawater), S (Summer Temperate Seawater), W (Winter Temperate Seawater), WNA (Winter North Atlantic)

Lod' se může plavit v různě teplých a různě slaných vodách \Rightarrow různé druhy vod mají různé hustoty a budou různým způsobem vytlačovat loď, která se bude do různé míry zanořovat. Nejvíce zanořená bude v teplé, sladké vodě (má nejmenší hustotu), nejméně zanořená bude ve studené slané vodě.



Shrnutí: Objem kapalin s teplotou roste (až na výjimky jakou je anomálie vody).